Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo - Convocatoria de Septiembre de 2016

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 8 de Septiembre de 2016

(Tipo A)

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 8,5 puntos, correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura.

Ejercicio 1 (2 pts.): Consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones para elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Si la respuesta elegida es correcta, suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta, resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta, ni suma ni resta puntuación. Si la puntuación final fuese negativa, se pondría cero.

Test 1) El límite $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan x - \sin x}{x\,(1-\cos x)}$ vale :

☐ $1/2$
☐ 1
☐ 2

Test 2) Sea $A := \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0 \le y < x^2-1\right\}$. Se tiene:

☐ A es abierto
☐ A es conexo
☐ A no tiene puntos aislados

Test 3) Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3-y^5}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\,, \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0)\,. \end{cases}$. Entonces $D_{(1,1)}f(0,0) = a\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) + b\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ para:

☐ $a=1,\ b=0$
☐ $a=1,\ b=1$
☐ $a=0,\ b=1$

Test 4) Sea $g(x,y) := f\left(x^2+2y^2, xy\right)$, siendo $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ una función de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$. Sabiendo que $Jf(3,1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, se tiene que $Jg(1,1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 16 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 16 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$

Test 5) El radio de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!x^n}{n^n}$ es:

☐ 1
☐ e
☐ $+\infty$

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo - Convocatoria de Septiembre de 2016

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 8 de Septiembre de 2016

(Tipo B)

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 8,5 puntos, correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura.

Ejercicio 1 (2 pts.): Consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones para elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Si la respuesta elegida es correcta, suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta, resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta, ni suma ni resta puntuación. Si la puntuación final fuese negativa, se pondría cero.

Test 1) Sea $A := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y < x^2 - 1,\ y \leq 0\right\}$. Se tiene:

☐ A es abierto
☐ A es conexo
☐ A tiene puntos aislados

Test 2) Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^5 - y^5}{x^4 + y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Entonces $D_{(1,1)}f(0,0) = a\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) + b\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ para:

☐ $a = 1,\ b = 0$
☐ $a = 1,\ b = 1$
☐ $a = 0,\ b = 1$

Test 3) Sea $g(x,y) := f\left(x^2 + y^2, xy\right)$, siendo $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ una función de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$. Sabiendo que $Jf(2,1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, se tiene que $Jg(1,1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 10 & 16 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$

Test 4) El radio de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n x^n}{n!}$ es:

☐ $1/e$
☐ e
☐ $+\infty$

Test 5) El límite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{2x(1 - \cos x)}$ vale :

☐ $1/2$
☐ 1
☐ 2

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo - Convocatoria de Septiembre de 2016

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 8 de Septiembre de 2016

(Tipo C)

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 8,5 puntos, correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura.

Ejercicio 1 (2 pts.): Consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones para elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Si la respuesta elegida es correcta, suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta, resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta, ni suma ni resta puntuación. Si la puntuación final fuese negativa, se pondría cero.

Test 1) Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$. Entonces $D_{(1,1)}f(0,0) = a\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) + b\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ para:

☐ $a = 1,\ b = 1$
☐ $a = 1,\ b = 0$
☐ $a = 0,\ b = 1$

Test 2) Sea $g(x,y) := f\left(x^2+3y^2, xy\right)$, siendo $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ una función de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$. Sabiendo que $Jf(4,1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, se tiene que $Jg(1,1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 22 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$

Test 3) El radio de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!x^n}{(2n)!}$ es:

☐ 0
☐ e
☐ $+\infty$

Test 4) El límite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x(1-\cos x)}{\tan x - \sin x}$ vale :

☐ 1
☐ 2
☐ 1/2

Test 5) Sea $A := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 < y \leq 0\right\}$. Se tiene:

☐ A es abierto
☐ A no es conexo
☐ A es acotado

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo - Convocatoria de Septiembre de 2016

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 8 de Septiembre de 2016

(Tipo D)

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 8,5 puntos, correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura.

Ejercicio 1 (2 pts.): Consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones para elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Si la respuesta elegida es correcta, suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta, resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta, ni suma ni resta puntuación. Si la puntuación final fuese negativa, se pondría cero.

Test 1) Sea $g(x,y) := f\left(x^2 - y^2, xy\right)$, siendo $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ una función de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$. Sabiendo que $Jf(0,1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, se tiene que $Jg(1,1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 10 & 16 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 10 & -2 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$

Test 2) El radio de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!x^n}{n^n}$ es:

☐ 0
☐ e
☐ $+\infty$

Test 3) El límite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2x(1-\cos x)}{\tan x - \sin x}$ vale :

☐ $1/2$
☐ 1
☐ 2

Test 4) Sea $A := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1,\ y \geq 0\right\}$. Se tiene:

☐ A es cerrado
☐ A es conexo
☐ A tiene puntos aislados

Test 5) Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$. Entonces $D_{(1,1)}f(0,0) = a\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) + b\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ para:

☐ $a = 2,\ b = 0$
☐ $a = 1,\ b = 1$
☐ $a = 0,\ b = 1$

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo - Convocatoria de Septiembre de 2016

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 8 de Septiembre de 2016

(Tipo E)

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 8,5 puntos, correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura.

Ejercicio 1 (2 pts.): Consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones para elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Si la respuesta elegida es correcta, suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta, resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta, ni suma ni resta puntuación. Si la puntuación final fuese negativa, se pondría cero.

Test 1) El radio de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!x^n}{(2n)^n}$ es:

☐ $2e$
☐ e
☐ $+\infty$

Test 2) El límite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2\tan x - 2\sin x}{x\,(1-\cos x)}$ vale :

☐ $1/2$
☐ 1
☐ 2

Test 3) Sea $A := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1,\ x \geq 0\right\}$. Se tiene:

☐ A es cerrado
☐ A es conexo
☐ El exterior de A es vacío

Test 4) Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+y^5}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$. Entonces $D_{(1,1)}f(0,0) = a\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) + b\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ para:

☐ $a = 1,\ b = 0$
☐ $a = 1,\ b = 1$
☐ $a = 0,\ b = 2$

Test 5) Sea $g(x,y) := f\left(x^2 - 2y^2, xy\right)$, siendo $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ una función de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$. Sabiendo que $Jf(-1,1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, se tiene que $Jg(1,1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 10 & -8 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2 (2,5 ptos.): Sea Γ la frontera de

$$D := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2,\ y \leq x^2,\ x \geq 0,\ y \geq 0\right\},$$

orientada positivamente. Calcúlese $\int_\Gamma -ydx + xdy$ por los siguientes métodos:

a) (1,25 ptos.) Mediante la definición de integral de línea;

b) (1,25 ptos.) Mediante el Teorema de Green y un cambio a coordenadas polares (Indicación: puede ser útil el cambio de variable $\tan\theta = u$).

Elegir **dos**, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (2 ptos.): Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy^4}{x^2 + y^6} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Se pide:

a) (1 pto.) Estudiar la continuidad de f en $(0,0)$;

b) (1 pto.) Estudiar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

Ejercicio 4 (2 ptos.): Calcular los extremos absolutos de $f(x,y) := x^2 + (y-1)^2$ en el conjunto compacto D del ejercicio 2.

Ejercicio 5 (2 pts): Comprobar que la ecuación $e^{yz^2} - x^2y + x^3z = 0$ define a la variable z como función implícita de (x,y) en un entorno de $(x,y,z) = (1,1,0)$. Calcular $\dfrac{\partial z}{\partial x}(1,1)$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}(1,1)$ y $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(1,1)$.